

三版初中数学教材渗透课程发展性的比较研究

——以函数内容为例

唐海军¹, 王佳佳¹, 唐海燕²

(1. 四川文理学院 数学学院, 四川 达州 635000; 2. 仪陇县新政初级中学校, 四川 仪陇 637676)

摘要:基于《义务教育数学课程标准(2022年版)》所强调的发展性理念,研究者以函数内容为例,比较分析三版初中数学教材中课程发展性的渗透情况。研究发现,三版教材均从成长性、替代性、概括性和探索性4个维度渗透课程发展性,但各有侧重:人教版突出技术替代、过程概括与探究拓展;北师大版更注重数学成长性内容的呈现;华师大版在整体渗透上相对不足。纵向比较显示,同一教材的修订已逐步加强过程概括等发展性设计。为此建议:在编写教材时,应进一步增强替代性与概括性内容;在应用教材时,应补充数学史实以强化成长性,并重视探索性栏目的运用;在课程拓展方面,可借鉴国外案例,融入思政元素,全面提升课程育人实效。

关键词:数学教材;课程发展性;课程育人;函数内容

中图分类号:G634.6

文献标志码:A

文章编号:1009-1734(2026)02-0100-09

在当代教育改革背景下,通过课程促进学生全面发展已成为国际共识。以“学习框架2030”为基础构建的数学课程内容图谱,强调中学生应认识到数学是如何贡献和联系现实生活或现实世界的^[1]。我国《义务教育数学课程标准》也明确指出,数学课程具有基础性、普及性和发展性,旨在培养学生的创新意识和实践能力,促进其情感、态度与价值观的全面发展^{[2]3, [3]1}。这些理念共同彰显了数学课程应体现学科发展进程,既要促进学生全面成长,又要帮助其应对社会现实问题。

数学教材作为课程理念的核心载体,在渗透数学发展观、实现课程育人目标中发挥着关键作用。它不仅直接体现课程标准规定的内容,更将数学课程改革中所倡导的一些新理念、新思想融入其中,影响和规范着师生的数学教学活动方式^[4]。除传递基础知识和数学规范外,教材还承担着展示数学发展性特征的重要使命,引导学生通过阅读和参与活动,逐步理解数学是如何描述和建构现实世界的。然而,当前我国数学教材是否真正具备课程标准所强调的传递数学进步与促进学生成长的发展属性,仍需要深入探讨。这一问题的厘清,对落实课程育人目标和推动教材建设具有重要意义。

1 研究现状

1.1 数学课程发展性的内涵分析

1.1.1 数学课程发展性反映在学科、社会与学生的进步

从哲学层面看,发展被理解为事物由小到大、由简到繁、由低级到高级、由旧质到新质的变化过程^[5]。在数学课程领域,发展是一个多维概念,涵盖数学学科本身、社会需求以及学生能力3个方面的成长与进步。这3个维度及其互动关系构成了数学课程发展的客观基础。首先,数学课程应反映现代数学的本质特征。数学本身处于持续演进中,社会对数学的需求也在不断变化^[6]。数学知识本身并非绝对真理,而是可误且可修正的^[7],它是一个通过逻辑思维从基本概念逐步构建复杂体系的动态发展过程。其次,数学

收稿日期:2025-12-03

基金项目:数学与金融研究中心项目(SCMF202410);四川义务教育高质量发展研究中心项目(YWYB-2022-27);四川文理学院高层次人才项目(2022CC01Z)

通信作者:唐海军,博士,副教授,从事数学教学、教材分析和数学文化研究

课程需要重视学科与社会的联系。数学不仅是运算和推理的工具,更是一种表达与交流的语言,承载着思想与文化,推动着生产力与人类文明的进步^{[3]3}。这种广泛的社会关联是数学课程存在与实施的重要前提。最后,数学学习是学生实现成长与发展的过程。学生通过质疑现有理论、开发新的解题方法与策略,可实现认知上的进步^[8]。数学通过使他们概括解决新问题所用的概念或算法,可促进他们的思维发展。因此,数学课程的发展性实质上是数学的本质属性,以及数学在推动社会进步与学生发展中的进步属性。

1.1.2 数学课程发展性需要依靠教材内容来渗透

数学教材作为实现数学课程目标、实施教学的重要资源^{[3]92},在传递发展性理念方面具有不可替代的作用。在教材系统中,编写者通过教材内容体现其对数学发展性的理解,选择有助于数学学科及学习者发展的内容,期望学生通过使用教材,理解数学自身的演进及其对社会发展的贡献和对人类文明的影响;从使用者角度看,这一时期学生的数学思维正从具体运算向形式运算过渡,学习方法尚未系统化,心理上也较为敏感,教材内容必须符合初中生的年龄特征,教师可通过使用精心设计的教材内容,引导学生正确理解数学知识本质、掌握科学的学习方法、增强积极的数学情感。

1.2 数学课程发展性的关联理论

数学课程改革运动特别关注学生在认知阶段、认知方法以及情感等维度的发展性特征,而数学课程内容的发展性是实现学生全面发展的基础,是一个动态发展的过程,是引发学生数学思想改变的催化剂。数学课程内容的发展属性与数学的积极进步价值观^[9]的进步特征是一致的。Bishop认为数学不但表现为“能够制定规则、预测结果,并为理解现实情境提供思路”^[10]和“用于解决社会环境问题时的心理安定”的控制特征^[11],而且还具有“在稳定的外表下,人们仍可探索并提出新想法,……”^[12]的非控制的进步属性。这种属性又划分为成长、替代、概括和探索4个核心类别^[9]。

具体而言,成长是指对数学发展的贡献或对任何数学知识的增殖^[13],以及知识与思想发展^[14],可通过质疑现有的思想和理论来实现^[8]。替代指存在不唯一的解决方案、非常规的策略,是技术方法的更新进步^[15]、问题解决方法的持续改进。概括指在不同数学思想层次间建立联系,从具体实例中提炼广泛模式^[13],能够概括用于解决新问题的概念或算法^[13]。探索源于数学并非静态知识,而是从基本概念通过逻辑发展为复杂体系的过程^[13],能够鼓励学习者质疑、提问并解决问题,传递出“答案可以从学生中产生”的理念^[11]。

1.3 教材内容渗透课程发展性的特征

基于Bishop的理论框架,教材作为课程内容的重要载体,其发展性可从成长性、替代性、概括性和探索性4个维度进行系统分析。

成长性是指教材呈现了为数学发展作出贡献和促进社会进步^[14]的内容。这种分类,一方面源于数学知识具有不确定性和发展性^[7],教材应揭示其历史根源;另一方面,它也符合课程内容要反映社会的需要^{[2]41}。教材既要展现数学自身的发展历程,又要阐明数学对社会进步的促进作用。

替代性是指教材中的知识呈现与问题解决方法不局限于单一形式或策略。教材内容体现数学知识与方法的层次性和多样性^{[3]3},为学生提供多元选择;问题解决策略是多样且可建构的,学生能识别并尊重这种多样性^[16]。教材表现为既可用不同的技术手段与模态来表征知识,又可用不同的方法来求解问题。

概括性是指教材内容在数学思想的不同层次间建立广泛联系。它蕴含着数学学习不仅是掌握认知的结果,更应经历认知形成过程的理念^[7]。教材内容的概括性可分为过程概括与结论呈现。

探索性是指教材内容呈现对未知问题进行深入探究的过程。数学学习本质上是学生主动发现和创造的过程^[17],这揭示了数学教材内容要反映这种认知相对不确定性的要求。因此,数学教材中的探索性内容常常通过探究型内容与拓展型内容两个维度来呈现。

总之,初中阶段是学生思想塑造与价值观形成的关键时期。数学课程的发展性属性对学生正确认识数学、理解数学学习并形成积极的数学素养至关重要。当前,教材作为课程标准融入课堂的主要载体,其设计质量影响深远。国外学者已从数学价值观层面开展了教材内容的国际比较研究^[11,13]。然而,国内初

中数学教材作为铸魂育人的关键载体,其在内容上如何体现数学课程的发展性,目前仍缺乏系统深入研究,其现状与分布特征有待全面揭示。

2 研究设计

2.1 研究主题和对象

数学家 Kline 曾说:函数概念,应该成为数学教育的灵魂^{[18][27]}。函数内容与现实生活情境中的变化现象规律联系密切,能突出表现数学课程的发展性。本研究聚焦于函数主题,探讨以下两个问题:(1)同一时期国内不同版本初中数学教材中,体现课程发展性的内容分布有何特点?(2)不同时期人教版教材中,该类内容的分布呈现怎样的演变特征?具体研究对象包括各版本教材中涉及一次函数、二次函数、反比例函数和锐角三角函数的相关内容,涵盖章前语、正文、例题、习题、阅读材料、数学活动及小结等版面。在版本选择上,横向比较采用经教育部 2013 年审定的八九年级人教版、北师大版和华师大版数学教材,统计页码分别为 119 页、103 页和 106 页;为进一步进行纵向比较,将 2004 年审定的人教版八九年级数学教材纳入研究,统计页码为 134 页,以分析课程发展性在不同时期的渗透情况。

2.2 研究方法和编码协议

本研究采用文本分析法作为整体研究框架,旨在通过分析教材文本揭示其内在的价值取向^[19]。文本分析通常包括词语、句法和语篇 3 个层面,而本研究主要聚焦于对关键词语与句子的编码分析。基于数学课程发展性的 4 个表现特征,研究制定了相应的编码协议,明确各维度的定义与示例。在具体分析过程中,若某一文本内容同时对应 n 个维度,则记为 n 个统计单位,以系统呈现初中数学教材中发展性特征的内容分布情况。

表 1 数学教材内容发展性特征编码表

维度	特征解释	示例
成长性	通过对数学历史发展贡献的介绍表达成长性特征	人教版八年级下册习题 19.1 中对古代计时器漏壶的介绍,以及以其作为表现漏水时间与水面高度两个变量对应关系的情境
	通过数学能促进科学技术进步和应用于真实的社会、科技情境解决问题来渗透发展性特征	人教版八年级下册第 73 页给出的思考题“在体检时的心电图上,时间与心脏部位的生物电流两个变量的对应关系”
替代性	使用两种或两种以上的策略表征、传递知识	“在计算器上操作程序……”“请思考下面问题,它能帮你理解……”
	使用两种或两种以上的方法来解决问	分别用解析式和图象表示水位的变化规律;你能用函数解析式解决以下问题吗?还能用函数图象解决这些问题吗?
概括性	过程概括指在情境、样例与概念、推理公式之间建立联系	过程概括需要学生参与才能得到一个更上位的结构。例如,人教版八年级《数学》下册第 86 页“以上我们用函数 $y=300t(0 \leq t \leq 4.4)$ 对京沪高铁列车的行程问题进行了讨论,尽管……,但这个函数基本上反映了……”
	结论呈现是指教材对数学任务做出概括性的陈述,以“结论”、“归纳”和“规律”等词语为标志	人教版八年级《数学》下册第 98 页“方程(组)与函数之间互相联系,从函数的角度可以把它们统一起来。解决问题时,应根据具体情况灵活地把它们结合起来考虑”。
探索性	探究尝试是学生在教师指导下或讲授前对将学内容的尝试,是所有学生必须要达成的学习目标	教材中探索(探究)的栏目获得学生探索的机会。人教版一次函数部分第 93 页“一次函数解析式 $y=kx+b(k, b$ 是常数, $k \neq 0)$ 中 k 的正负对函数图象有什么影响?”
	拓展型内容是学生应用该单元知识探索更广泛的结论或获得更上位的命题	拓展性内容存在教材的练习题中,例如,人教版八年级《数学》下册习题 19.1 的“拓广探索”栏目中“求解 n 边形有多少条对角线?”

2.3 研究信效度

为保障编码的可靠性与有效性,本研究通过以下步骤对编码方案进行完善与验证:首先,基于已有研究与中国教材内容特点,拟定初步的编码文本;其次,邀请中学教师参与审阅与修订,以确保其表述符合一线教学实际,且易于理解;最后,由两位数学教育研究领域的专任教师组成编码小组,对人教版“一次函数”章节内容进行独立试编码。经统计,编码一致性信度系数约为0.86,表明其具有较高的内部信度。随后,双方依据编码协议,对存在分歧的条目进行协商并达成一致。在效度保障方面,除请中学教师参与内容核实外,还通过集体讨论进一步细化各指标的具体解释,并规定所有纳入编码框架的特征必须至少在两个版本教材中出现,以避免单一版本教材风格带来的偏差。在正式编码过程中,所有编码分歧均通过协商讨论方式解决,以达成共识。

3 数据分析与结果

3.1 同一时期不同版本初中数学教材渗透课程发展性的内容分布特点

3.1.1 成长性特征

三版数学教材函数部分成长性特征内容分布见表2。由表2可知,各版本教材在数学史内容的融入上总体较少,但普遍重视通过应用情境体现数学课程的增长性。

表2 不同版本数学教材函数部分成长性特征内容分布

成长性特征内容	人教版		北师大版		华师大版	
	数量/处	占比/%	数量/处	占比/%	数量/处	占比/%
数学历史	4	5.6	5	6.8	4	6.1
促进社会与科技发展	67	94.4	69	93.2	62	93.9

在数学历史方面:人教版涉及中国古代计时器漏壶、阿基米德杠杆原理、比萨斜塔倾斜和托勒密三角函数等内容;北师大版涉及中国古代计时器漏壶、反比例函数图象与三等分角、三角学发展史、悬链线和毕达哥拉斯三角形数等内容;华师大版则引入笛卡尔的故事、“葭生池中”和“荡秋千问题”,以及阿波罗尼圆问题等历史名题^[20]。尽管数学史已成为连接古今数学的桥梁,但将其引入正文,目前仍不多^{[21]194}。上述内容多出现在阅读材料或习题中。

在函数应用方面:三版教材均通过多个案例强调数学促进社会与科技发展,以体现其成长性特征。北师大版注重数学在真实问题中的应用,如反比例函数部分的电阻问题(九年级《数学》上册,P149);人教版展示了数学对社会发展的贡献,如心电图实例(八年级《数学》下册,P73);华师大版虽应用数量较少,但更贴近生活实际,如建筑设计中的自动扶梯长度计算(九年级《数学》上册,P104)。从整体来看,函数作为刻画现实世界的数学模型,其应用主题多与社会和科技发展密切相关。

3.1.2 替代性特征

三版数学教材函数部分替代性特征内容分布见表3。由表3可知,三版教材中具有替代性的相关内容整体较少。与人教版相比,北师大版和华师大版在采用两种及以上策略传递数学内容方面,识别度较低。

表3 不同版本数学教材函数部分替代性特征内容分布

替代性特征内容	人教版		北师大版		华师大版	
	数量/处	占比/%	数量/处	占比/%	数量/处	占比/%
技术/知识点的替代	22	64.7	6	31.6	7	53.8
问题解决方法的多样性	12	35.3	13	68.4	6	46.2

在技术/知识点的替代方面,教材中既包括信息技术的运用,如使用计算器计算函数值、借助几何画板绘制函数图象;又包括采用多种学习工具和数学语言对内容进行表征。例如:人教版八年级《数学》下

册第 76 页提出:“如有条件,你可以用带有温度探头的计算机(器),测量、记录温度,并绘制表示温度变化的图象”;北师大版八年级《数学》上册第 84 页则引导对于正比例函数 $y = x, y = 3x, y = -\frac{1}{2}x, y = -4x$, 分别考虑“随着 x 值的增大 y 值如何变化? 相应图象上点的变化趋势如何?”教材运用多种策略传递数学内容,旨在帮助学生更轻松的理解数学概念。

在问题解决方法的多样性方面,教材内容体现了《义务教育数学课程标准(2011 年版)》所倡导的学生学习应当是一个生动活泼的、主动的和富有个性的过程这一理念。例如:人教版八年级《数学》下册函数图象习题涉及“用解析式法与图象法表示等边三角形的周长 l 关于边长 a 的函数”;北师大版九年级《数学》上册反比例函数部分第 168 页指出“我们在本课中研究的是有关图形性质的问题,而解决问题所采用的基本方法是‘代数’的。但还可以从‘图形’的角度来研究它”。这些内容为掌握多样化方法提供了机会。

3.1.3 概括性特征

三版数学教材函数部分概括性特征内容分布见表 4。由表 4 可知,三版教材均体现出过程概括多于结论呈现的特点;与人教版相比,北师大版与华师大版对概括性特征内容的渗透相对较弱。

表 4 不同版本数学教材函数部分概括性特征内容分布

概括性特征内容	人教版		北师大版		华师大版	
	数量/处	占比/%	数量/处	占比/%	数量/处	占比/%
过程概括	44	61.1	18	69.2	15	51.7
结论呈现	28	38.9	8	30.8	14	48.3

在过程概括方面,相关内容反映了教材编写者希望引导学生通过广泛识别函数关系模式建立联系并推导函数性质的愿望。例如:人教版要求学生“比较上面两个函数($y = -6x, y = -6x + 5$)图象的相同点和不同点,填出你的观察结果:这两个函数图象的形状都是 _____, 并且倾斜程度 _____”(八年级《数学》下册, P91); 北师大版则提问“观察反比例函数 $y = \frac{2}{x}, y = \frac{4}{x}, y = \frac{6}{x}$ 的图象,你能发现它们的共同特征吗?”(九年级《数学》上册, P154)。

在结论呈现方面,教材通过设置“归纳”类栏目,明确总结数学任务所获得的结论,有助于学生形成清晰的数学认知。例如:人教版中设有“归纳”环节,指出“上面每个问题中两个变量互相联系,当其中一个变量取定一个值时,另一个变量就有唯一确定的值与其对应”(八年级《数学》下册, P72); 华师大版则通过概括得出“函数 $y = ax^2 (a > 0)$ 具有这样的性质:当 $x < 0$ 时,函数值 y 随 x 的增大而减小;当 $x > 0$ 时,函数值 y 随 x 的增大而增大;当 $x = 0$ 时,函数 $y = ax^2$ 取得最小值,最小值 $y = 0$ ”(九年级《数学》下册, P6)。

3.1.4 探索性特征

三版数学教材函数部分探索性特征内容分布见表 5。由表 5 可见:三版教材中探究型与拓展型内容数量分布接近;在反映探索性特征的内容方面,人教版分布最多,华师大版最少。

表 5 不同版本数学教材函数部分探索性特征内容分布

探索性特征内容	人教版		北师大版		华师大版	
	数量/处	占比/%	数量/处	占比/%	数量/处	占比/%
探究型	25	49	19	45.2%	17	53.1
拓展型	26	51	23	54.8%	15	46.9

就探究型内容而言,人教版通过“探究栏目”提示学生在部分内容中需经历操作体验、联想思考等探究学习过程。例如:八年级《数学》下册第 93 页的“探究”要求学生“画出函数 $y = x + 1, y = -x + 1, y = 2x + 1, y = -2x + 1$ 的图象。由它们联想:一次函数解析式 $y = kx + b (k, b \text{ 是常数}, k \neq 0)$ 中, k 的正负对函数图象有什么影响?”; 北师大版的探究型内容主要体现在“综合与实践”领域,以及“做一做”“议一议”等交流活动中; 华师大版除在函数概念章节设有“探索”栏目外,还专门设置了“实践与探索”内容,如八年

级《数学》下册“17.5 实践与探索”,其结构包括“问题(情境)—思考—联想—练习”等环节。

拓展型内容主要分布于课后习题部分。习题作为数学教材的重要组成部分,在不同版本中各有特色。人教版在每章习题末尾安排了1~4道“拓广探索”题,这些题目基于本章基础知识,旨在解决综合性问题或为后续学习内容作铺垫。例如,九年级《数学》上册习题22.1第12题:“钢球从斜面顶端由静止开始沿斜面滚下,速度每秒增加1.5 m/s。(1)写出滚动的距离 s (单位:m)关于滚动的时间 t (单位:s)的函数解析式。”该题不仅涉及物理中的平均速度概念,还涉及学生将来学习的加速度问题。北师大版在每章习题后设有“联系拓广”栏目,这有助于教师指导学有余力的学生拓展数学能力。华师大版则通过A、B、C三类练习区分题目的难度和层次,其中C类练习作为本章知识的拓展性应用,便于教师分层布置作业,促进学生发展的多样性。

3.2 不同时期人教版数学教材中内容的发展性特征内容分布

不同时期人教版数学教材发展性特征内容分布见表6。由表6可见,整体上教材在成长性、替代性、概括性3个维度的内容有所增加。在成长性方面,与2004年人教版相比,2013年人教版教材新增了3个情境案例,如京沪高铁、宽带上网、水龙头滴水调查和滑雪轨迹描述等,同时减少了1个关于全球通移动电话的案例。在替代性方面,2013年人教版教材增加了3个体现方法多样性的案例。例如,八年级《数学》下册(2013年版)中明确提出:“你能由上面的函数解析式解决以下问题吗?由函数图象也能解决这些问题吗?”(P95)。在概括性方面,教材增加了11个过程概括类案例,同时减少了2个结论呈现类栏目(具体为新增1个,减少3个)。例如,2013年人教版八年级《数学》上册的课题学习“选择方案”中增加了一个结论归纳:“解决含有多个变量的问题时,可以分析这些变量之间的关系,从中选取一个取值能影响其他变量的值的变量作为自变量,然后根据问题的条件寻求可以反映实际问题的函数,以此作为解决问题的数学模型。”这一结论有助于学生体会函数的模型思想和应用特征。在探索性方面,探究栏目的数量保持不变,但内容有所调整:新增了一个关于二次函数解析式的探究,删除了关于磁盘存储量与最内磁道半径关系的情境探究。此外,2013年人教版九年级《数学》上册教材在习题中减少了1个拓展型问题。

表6 不同时期人教版数学教材函数部分发展性特征内容分布

维度	呈现	2004年人教版		2013年人教版	
		数量/处	占比/%	数量/处	占比/%
成长性	数学历史	4	5.9	4	5.6
	促进社会与科技发展	64	94.1	67	94.4
替代性	技术/知识点的替代	22	71.0	22	64.7
	问题解决方法的多样性	9	29.0	12	35.3
概括性	过程概括	33	52.4	44	61.1
	结论呈现	30	47.6	28	38.9
探索性	探究型	25	48.1	25	49.0
	拓展型	27	51.9	26	51.0

4 结论和建议

4.1 结论与讨论

研究发现,在函数这一主题上,不同版本教材均通过4个表现特征来体现数学课程的发展性属性。

(1)三版教材均重视数学成长性内容中的应用情境,但函数发展史及其在推动科技变革方面的内容融入较少。成长性内容多与应用情境相关,这与函数作为刻画现实世界的数学模型属性相符。函数具有丰富的历史背景,并在社会进步与科技发展中作用显著,但三版教材均未在初中阶段直接呈现函数发展历程,这可能是考虑到初中生的认知水平尚难以理解函数的“变量说”“对应说”,且部分学生尚未形成以运动变化视角分析问题的能力^[22]。在呈现数学发展脉络方面:北师大版更注重当前内容与先前数学知识的联系,如在“锐角三角函数”章末介绍“三角学”来源;华师大版则侧重引入历史名题,如“葭生池中”“荡

秋千问题”等,通过数学史建立数学与学生文化背景的关联。

(2)三版教材中体现替代性的内容整体偏少,其中人教版在技术/知识点替代性维度上编排相对较多。替代性强调在理解概念或解决问题时采用多种策略与方法,从而延伸课程的发展性属性,使学生感受到数学学习不是冰冷的知识汲取,而是火热的思考、丰富的体验与多元的表达过程^[23]。相比之下,人教版更注重引导运用不同策略与方法,如通过多种方式表征和比较同一函数,从而体现方法上的可替代性。

(3)三版教材在概括化性方面均以过程概括为主,结论呈现为辅。人教版中概括性内容分布最多,北师大版与华师大版较为接近。人教版体现出过程概括与结论呈现两方面特点,可引导学生通过广泛的函数关系模式建立联系、推导性质,同时通过“归纳”栏目明确呈现相关结论,帮助学生掌握知识。北师大版同样更侧重过程概括。

(4)三版教材中探究型与拓展型内容数量相近。在探究型内容方面,人教版分布最多,华师大版最少。人教版通过“探究栏目”提示学生以合作探究方式学习。在拓展型内容方面,人教版和北师大版均明确设置“拓展题”栏目,且数量多于华师大版,华师大版则以A、B、C三类多层次习题结构体现拓展性。

研究还发现,与2004年人教版相比,2013年人教版教材更加重视数学新知学习中的过程概括。在成长性、替代性、概括性和探索性4个维度上,各版教材均增加了新的学习与案例,更新了任务情境,并删减了部分过时内容。例如,教材删除了“探究磁盘存储量与最内磁道半径的关系”这一情境,因为磁盘在近年来已退出日常使用,学生对其缺乏熟悉度。特别是在发展性的4个维度中,2013年人教版教材共增加了11处体现过程概括特征的内容。这一调整符合《义务教育数学课程标准(2011年版)》所强调的“课程内容要反映社会的需要、数学的特点,要符合学生的认知规律……课程内容的选择要贴近学生的实际,有利于学生体验与理解、思考与探索”的要求^[23]。《义务教育数学课程标准(2022年版)》也进一步提出,课程内容应“关注数学学科发展前沿与数学文化,继承和弘扬中华优秀传统文化;与时俱进,反映现代科学技术与社会发展需要;……发展核心素养”^{[3]2-3}。新一轮教材修订是否切实落实了课标的相关要求,仍有待进一步验证。

4.2 建议

数学教材内容所体现的课程发展性特征,对落实课程育人目标具有重要的应用价值。为此,编写者有必要结合已有研究结论,从教材编写、教材应用与教材拓展等方面入手,采取针对性策略,弥补当前教材在渗透课程发展性方面的不足。

4.2.1 教材编写重视渗透数学课程的发展性

第一,教材编写要突出课程发展性的特色。《义务教育数学课程标准(2022年版)》指出,教材编写应注重教材创新,在深刻理解课程理念的基础上,力求在内容结构、组织与呈现方式上实现突破^{[3]95}。内容选取应兼顾发展性、基础性与差异性。目前,不同版本教材对数学课程发展性的体现程度存在差异。以初中函数主题为例:人教版在技术替代、过程概括和探究型栏目设置等方面较为突出;北师大版则在促进社会与科技发展的情境案例、问题解决方法的多样性以及拓展型问题的设计上更为丰富。各版本教材应在充分调研、摸清现状的基础上进行创新,进一步突出课程内容的发展性特色。

第二,增强替代性与概括性内容的渗透。北师大版与华师大版教材可适当增补体现过程概括与结论呈现的内容,以确保学生在使用教材过程中能够经历形成结论、建立模型和开展探究拓展的完整过程。同时,应适度加强方法和技术替代性内容的设置。当前,两版教材在函数内容中较少运用信息技术替代策略,可进一步强化函数与信息技术的融合,以支持探索活动的有效实施。可参考新加坡中学数学教材的做法,例如:部分例题在提供一种解法后,辅以计算机操作演示;对于探索活动中计算繁琐的问题,鼓励学生使用计算机,从而将更多时间用于思考与探索^{[21]172}。信息技术的合理运用能为学生提供更多方法探索与结论概括的机会。

4.2.2 教材应用着力聚焦数学课程的发展性

第一,适当补充数学知识的历史背景。数学教学设计应体现“知识背景—知识形成—揭示联系”的完整过程^{[2]41}。以函数为例,其发展历程丰富,且在推动社会进步与科技发展方面作用显著。然而,目前三版初中数学教材均未直接呈现与函数相关的历史材料,“什么是函数”“为何称之为函数”等疑问普遍存在于学生的认知中。事实上,19世纪英国学者伟烈亚力与中国清代数学家李善兰合译《代数学》一书,其中

第七卷记载:“凡式中含天,为天函数”。中国古代以天、地、人、物表示未知数,此句意为“凡一式中含变量 x ,则称之为关于 x 的函数”。“函”字本义为箭袋,引申为容器、包含之意,正体现了函数作为变量间依赖关系的本质。因此,教师在运用教材进行教学设计时,应适当引入函数发展的历史内容,引导学生经历数学知识的产生、发展与应用过程,从而促进其主动学习^[24]。

第二,重视教材中的探索性内容设计。在当今教育背景下,批判性思维、创造性思维与反思性思维作为3种关键的高阶思维能力,需通过数学教材提供相应的内容载体与思维接口。例如,法国SÉSAMATH公司出版的法国中学数学教材在每章起始设置若干发现活动,每个活动由多个小题构成,小题中又包含层层递进的问题串^{[18]66}。这种问题串设计构成了学生可逐步参与的探索发现过程。教材若能通过多元表征形式渗透课程的发展性,将为学生提供敢于尝试与合理试错的空间,使其在数学学习中获得更丰富的体验与思考机会。

4.2.3 教材拓展充分利用数学课程的发展性

第一,借鉴国外数学教材中的经典案例拓展内容。《义务教育数学课程标准(2022年版)》提出,教材编修应总结国内以往经验,同时借鉴国外优秀教材案例^{[3]95}。为此,我们可参考国外教材在体现课程发展性方面的有益做法。例如,在成长性维度上,俄罗斯教育出版社出版的九年级《代数》教材,在“二次函数图象变化规律”一节末尾^{[21]193,195},以半页篇幅介绍了阿基米德的故事,旨在帮助学生系统学习函数知识,并在探究问题的过程中体会数学应用与科学技术在保卫国家中的重要作用。此类“数学历史渗透”拓展了教材内容,彰显了数学价值,有助于实现课程的综合育人目标。

第二,挖掘数学教材中的思政元素开展课程育人。以核心素养为导向的数学课程改革,强调引导学生树立正确价值观、发展关键能力与培育必备品格。华师大版教材在成长性维度,尤其是在促进社会发展与科技发展方面,非常注重思政元素的有机融入。例如,九年级《数学》上册“锐角三角函数”一章中,设置了4处与国旗旗杆测量和修建革命纪念碑相关的情境,使数学内容与学生的文化背景、情感态度及爱国情怀紧密联系。在探索性维度上,华师大版教材于“习题拓展”部分,安排学生自主编制习题,体现了课程标准所倡导的发挥学生学习主动性的理念,呼应了教育功能不应仅限于知识与内容的传递这一观点。此类设计引导学生基于已有知识进行推理,并在新情境中创造性地应用,丰富了课程的发展性。

参考文献:

- [1] 曹一鸣,马云鹏,郭衍,等.面向未来的初中数学课程图谱分析:以经济合作与发展组织(OECD)“学习框架2030”为基础[J].基础教育课程,2020(19):4-16.
- [2] 中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2011年版)[M].北京:北京师范大学出版社,2012.
- [3] 中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2022年版)[M].北京:北京师范大学出版社,2022.
- [4] 张定强.论数学教材的价值观[J].数学通报,2011(8):5-10.
- [5] 夏征农,陈至立.辞海[M].第六版普及本.上海:上海辞书出版社,2010:1416.
- [6] 曹一鸣.数学教育价值观的嬗变与重构[J].教育研究,2005,26(12):72-75.
- [7] 喻平.数学教学心理学[M].北京:北京师范大学出版社,2018:158-161.
- [8] BISHOP A J. Teachers' mathematical values for developing mathematical thinking in classrooms: theory, research and policy[J]. The Mathematics Educator, 2008, 11(1/2): 79-88.
- [9] BISHOP A J. Educating student teachers about values in mathematics education[M]//Making Sense of Mathematics Teacher Education. Dordrecht: Springer Netherlands, 2001: 233-246.
- [10] BISHOP A J. Mathematics education in its cultural context[J]. Educational Studies in Mathematics, 1988, 19(2): 179-191.
- [11] SEAH W T, BISHOP A J. Values in mathematics textbooks: a view through two Australasian regions[C]//Paper Presented at the 81st Annual Meeting of the American Educational Research Association. New Orleans, LA: ERIC, 2000: 24-28.
- [12] BISHOP A J. What values do you teach when you teach mathematics? [M]//Issues in Mathematics Teaching. London: Routledge, 2002: 109-120.
- [13] DOLLAH M U, WIDJAJA W, ZABIT M N M, et al. A comparison of values of progress conveyed in mathematics textbook in Malaysia and Australia[J]. International Journal of Asian Social Science, 2019, 9(2): 179-188.
- [14] CAO Z J, SEAH W T, BISHOP A J. A comparison of mathematical values conveyed in mathematics textbooks in

- China and Australia[M]//Mathematics Education in Different Cultural Traditions – A Comparative Study of East Asia and the West. Boston, MA; Springer US, 2006: 483 – 493.
- [15] BISHOP A J. Mathematical enculturation a cultural perspective on mathematics education; Vol. 6[M]. Dordrecht: Springer Science & Business Media, 1991: 61 – 63.
- [16] OECD. Education 2030 Conceptual learning framework; background papers; the future of education and skills; education 2030[R]. Paris: OECD, 2017: 126.
- [17] 弗赖登塔尔. 作为教育任务的数学[M]. 陈昌平, 唐瑞芬等编译. 上海: 上海教育出版社, 1995: 3.
- [18] 吴立宝. 六国初中数学教材代数内容国际比较研究[M]. 上海: 上海教育出版社, 2016.
- [19] 褚小婧. 数学教科书意识形态研究[D]. 金华: 浙江师范大学, 2019: 25 – 30.
- [20] 唐海军, 高晶. 初中数学教科书中历史名题分布特征及启示[J]. 数学教育学报, 2020, 29(5): 8 – 13.
- [21] 曹一鸣, 吴立宝. 中小学理科教材难度国际比较研究[M]. 北京: 教育科学出版社, 2016.
- [22] 李士锜, 吴颖康. 数学教学心理学[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2011: 85.
- [23] 唐海军, 严虹, 任旭. 数学合作问题解决视野下的“三教”探析[J]. 数学教育学报, 2021, 30(5): 72 – 79.
- [24] 王琴, 何少勇. 核心素养导向下浙教版初中数学新旧教材对比分析与教学启示: 以“第 4 章代数式”为例[J]. 湖州师范学院学报, 2025, 47(8): 94 – 100.

A Comparative Study of the Infiltration of Developmental Courses in Three Versions of Junior Middle School Mathematics Textbooks: Taking the Function Content as an Example

TANG Haijun¹, WANG jiajia¹, TANG Haiyan²

(1. College of Mathematics, Sichuan University of Arts and Science, Dazhou 635000, China;

2. Yilong County Xinzheng Junior High School, Yilong 637676, China)

Abstract: Based on the developmental principles emphasized in the *Compulsory Education Mathematics Curriculum Standards (2022 Edition)*, this study takes function – related content as an example to conduct a comparative analysis of how the developmental nature of the curriculum is integrated into three editions of junior high school mathematics textbooks. The study finds that all three textbook editions incorporate curriculum development across four dimensions “growth, substitution, generalization, and exploration”, yet each with distinct emphases: the People’s Education Press edition highlights technological substitution, process generalization, and inquiry – based expansion; the Beijing Normal University edition places greater emphasis on the presentation of mathematical growth content; while the East China Normal University edition shows relatively insufficient integration in overall developmentality. A longitudinal comparison reveals that revisions within the same textbook series have progressively strengthened developmental design aspects, such as process generalization. Accordingly, recommendations are proposed: in textbook compilation, content related to substitution and generalization should be further enhanced; in textbook application, historical mathematical contexts should be supplemented to reinforce growth – oriented learning, and exploratory sections should be utilized more intentionally; in curriculum expansion, international cases may be referenced, and ideological – political elements should be integrated to comprehensively improve the educational effectiveness of the curriculum.

Keywords: mathematics textbooks; curriculum development; curriculum education; function content